

Ответы:

I. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

- 1.1. а) 1; б) 2α ; в) 0; г) $-\cos 2\alpha$.
1.2. а) 50; б) -63; в) 10; г) 89.
1.3. а) -66; б) -10; в) 144; г) 63.
1.4. а) -7; б) -5; в) -20; г) 5.

II. МАТРИЦЫ. ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ.

$$1.1 \text{ а) } \begin{pmatrix} 2 & 8 & -4 \\ 14 & 21 & 2 \\ -6 & 11 & -1 \\ 4 & -5 & -5 \end{pmatrix}, \text{ б) } \begin{pmatrix} & -1 & -7 \\ -6 & 10 & 1 & 9 \\ 1 & 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \text{ в) } \begin{pmatrix} -5 & 5 & -6 \\ -2 & -6 & 2 \\ 6 & 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\text{г) } \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -4 & 6 \\ 3 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \text{ д) } \begin{pmatrix} -5 & 6 & -2 & 9 \\ 9 & -1 & 9 & 7 \\ 0 & 11 & 3 & -10 \end{pmatrix}.$$

$$1.2. \text{ а) } \begin{pmatrix} 20 & 20 \\ 46 & 18 \end{pmatrix}, \text{ б) } \begin{pmatrix} -6 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 9 \\ -12 & -8 & 14 \end{pmatrix}, \text{ в) } \begin{pmatrix} -1 & 4 & 12 & 1 \\ 2 & 5 & -3 & 5 \\ 0 & 6 & 20 & 2 \end{pmatrix},$$

$$\text{г) } \begin{pmatrix} 34 & 34 & 13 \\ 28 & 31 & 12 \\ 62 & 71 & 20 \end{pmatrix}, \text{ д) } \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$1.3. \text{ а) } \begin{pmatrix} 1 & -1/3 & -1/3 \\ 1 & 1/3 & -2/3 \\ -2 & 1/3 & 4/3 \end{pmatrix}, \text{ б) } \begin{pmatrix} 5/3 & -1 & -1/3 \\ -7/3 & 2 & -1/3 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 & \text{в) } \begin{pmatrix} 1/9 & 2/9 & 2/9 \\ 2/9 & 1/9 & -2/9 \\ 2/9 & -2/9 & 1/9 \end{pmatrix}, \text{ г) } \begin{pmatrix} -7/2 & 5/2 & 1/2 \\ 1/2 & -1/2 & 1/2 \\ 5/2 & -3/2 & -7/2 \end{pmatrix}, \\
 & \text{д) } \begin{pmatrix} -7/2 & 1/2 & 5/2 \\ 5/2 & -1/2 & -3/2 \\ 1/2 & 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

III. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{aligned}
 & \text{а) } \begin{matrix} x = -1 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{matrix}; \text{ б) } \begin{matrix} x = 2 \\ y = -1 \\ z = -3 \end{matrix}; \text{ в) } \begin{matrix} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 0 \end{matrix}; \text{ г) } \begin{matrix} x = 2 \\ y = -1 \\ z = -3 \end{matrix}. \text{ д) } \begin{matrix} x = -1 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{matrix}.
 \end{aligned}$$

IV. ВЕКТОРЫ

IV.1. СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

а) $b_x = 3, b_y = 5, b_z = 0$.

б) $\dot{a}_x = -7, a_y = -20, a_z = -3$.

в) $D\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right), E\left(1; \frac{7}{2}; -2\right), F\left(\frac{5}{2}; 4; -2\right)$.

г) $\sqrt{17}; \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{17}}; \cos \beta = -\frac{2}{\sqrt{17}}; \cos \gamma = \frac{3}{\sqrt{17}}$.

д) $-6\frac{5}{7}$.

е) 4.

ж) -16.

з) $\tilde{m} s \angle A = -\frac{5}{\sqrt{29}}$.

и) $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

к) 10.

л) -2.

IV.2. ВЕКТОРНОЕ И СМЕШАННОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ВЕКТОРОВ

а) $\frac{5\sqrt{17}}{21}$.

б) $\sqrt{6}$ кв.ед; $\sqrt{5}$ ед.

в) $-\frac{3}{7}; -\frac{6}{7}; \frac{2}{7}$.

г) 14 кв.ед.

д) (-4, 3, 4).

е) ± 30 .

ж) 3.

з) 5.

и) $\sqrt{521}; \cos \alpha = \frac{16}{\sqrt{521}}; \cos \beta = \frac{-12}{\sqrt{521}}; \cos \gamma = \frac{11}{\sqrt{521}}$.

к) $\frac{5\sqrt{7}}{14}$.

л) 157,5 кв.ед.

м) 0.

н) нет.

о) 66 куб. ед.

п) 20.

р) $\sqrt{2}$.

с) (-20).

т) $\frac{6\sqrt{14}}{7}$.

у) нет.

V. ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ.

V.1.

$$AB : 3x + 4y - 24 = 0, \quad BC : 11x - 2y - 188 = 0;$$

a) $CD : 4x - 3y - 32 = 0, \quad |CD| = 20;$

$$AE : x - 7y + 17 = 0, \quad K(11; 4).$$

$$AB : 3x + 4y - 17 = 0, \quad BC : 11x - 2y - 179 = 0;$$

б) $CD : 4x - 3y - 31 = 0, \quad AE : x - 7y + 11 = 0;$

$$K(10; 3).$$

V.2.

a) $4y + 3x - 74 = 0.$

б) $3x + 4y + 39 = 0.$

VI. ПЛОСКОСТЬ

1. а) $x - y - 3z + 2 = 0;$ б) $x + 3y - 2z + 7 = 0.$

2. а) а) $2x - 3z - 27 = 0,$ б) $7x - y - 5z - 58 = 0.$

б) а) $3x - y + 2z + 1 = 0,$ б) $2x - 3y - 7z + 10 = 0.$

3. а) $d = 2;$ б) $d = 0,5.$

VII. ПРЯМАЯ В ПРОСТРАНСТВЕ

1. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и параллельно вектору $\vec{s} = (m, n, p).$

а) $M_0(-1, 2, 1), \quad \vec{s} = (5, 4, 1).$

б) $M_0(0, 1, -3), \quad \vec{s} = (1, 0, 2).$

2. а) $\frac{x-2}{12} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{-8};$ б) $\frac{x}{6} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-8}.$

3. а) $\varphi = \pi$; б) $\varphi = 0$.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно плоскости α .
 - а) $M_0(3, -1, 2)$, $3x + 4y - z + 5 = 0 (\alpha)$.
 - б) $M_0(-1, 3, 2)$, $2x - z + 2 = 0 (\alpha)$.

VIII. ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ

1. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $M_1(x_1, y_1, z_1)$ перпендикулярно плоскости (α) .
 $Ax + By + Cz + D = 0$.
 - а) $M_1(2, 0, 5)$, $(\alpha) 2y - z + 1 = 0$.
 - б) $M_1(4, 1, 2)$, $(\alpha) x - 4y + 2z - 5 = 0$.
2. а) $x + 2y + 3z = 0$; б) $x - z = 0$.
3. а) $Q(-5, 1, 0)$; б) $Q(-5, 1, 1)$.
4. а) $\sin \varphi = \frac{5}{7}$; б) $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{154}}$.
5. а) $d = \frac{19}{3}$; б) $d = \frac{4}{\sqrt{14}}$.

IX. КРИВЫЕ ВТОРОГО ПОРЯДКА.

1. а) $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$; б) $(x - 5)^2 + (y - 6)^2 = 13$.
2. а) $S(2; -3)$, $R = \sqrt{13}$; б) $S(3; 0)$, $R = 3$.
3. а) $(3; -1)$, $a = 3$, $b = \sqrt{5}$, $\varepsilon = \frac{2}{3}$;
4. б) $(-1; -2)$, $a = 5$, $b = 3$, $\varepsilon = \frac{4}{5}$.
5. $M_1(2; 1)$, $M_2(-6; 9)$.
6. $(-4; 6)$ – прямая касается параболы.

7. $O_1(4; -1)$, $p = \frac{1}{2}$, ось параболы параллельна оси Oy .

X. ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА
XI. ЛИНЕЙНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВЕКТОРОВ

1.

1.1. Зависима; 1.2. Независима; 1.3. Независима; 1.4. Зависима;
1.5. Зависима; 1.6. Независима; 1.7. Независима.

2.

2.1. $d=3$; 2.2. $d=2$; 2.3. $d=3$; 2.4. $d=4$; 2.5. $d=3$; 2.6. $d=3$; 2.7. $d=2$.

3.

3.1. $(1, 3, 1)$; 3.2. $(-2, -2, -2)$; 3.3. $(3, -6, -6)$; 3.4.
 $(12, -9, -17)$; 3.5. $(15, -7, -19)$; 3.6. $(4, -12, -12)$; 3.7.
 $(24, -9, -29)$.

4.

4.1. 1) л. 2) нл. 3) нл.
4.2. 1) нл. 2) нл. 3) л.
4.3. 1) нл. 2) л. 3) нл.
4.4. 1) л. 2) нл. 3) нл.
4.5. 1) нл. 2) нл. 3) л.
4.6. 1) нл. 2) л. 3) нл.
4.7. 1) л. 2) нл. 3) нл.

5.

5.1. $\{2x_3 - x_1, x_2, x_1 + x_2\}$.
5.2. $\{-x_3, x_2 - x_3, x_1 + x_2\}$.
5.3. $\{-x_2 - x_3, x_2 - 3x_3, x_2\}$.
5.4. $\{x_2, x_3, x_1\}$.
5.5. $\{2x_3, 2x_1, x_2\}$.

$$5.6. \{2x_2 + 4x_3, x_1, 2x_1 + 3x_2 + 2x_3\}$$

$$5.7. \{x_3, 2x_1 + x_2 - x_3, 2x_2 + x_1\}.$$

6.

$$6.1. \begin{pmatrix} 29 & -41 & -9 \\ 19 & -27 & -6 \\ 7 & -9 & -4 \end{pmatrix}; 6.2. \begin{pmatrix} 22 & -32 & 4 \\ 13 & -19 & 3 \\ 8 & -12 & 1 \end{pmatrix}; 6.3. \begin{pmatrix} 13 & -30 & 35 \\ 8 & -19 & 23 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$6.4. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; 6.5. \begin{pmatrix} 30 & -39 & -13 \\ 19 & -24 & -10 \\ 8 & -11 & -2 \end{pmatrix}; 6.6. \begin{pmatrix} -8 & 3 & 37 \\ -6 & 4 & 22 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

$$6.7. \begin{pmatrix} -9 & 13 & 17 \\ -5 & 8 & 8 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

XII. СОБСТВЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ И СОБСТВЕННЫЕ ВЕКТОРЫ

7.

$$l_1 = \{1, 1, 1\} \quad \lambda_1 = 1 \qquad l_1 = \{1, 1, 1\} \quad \lambda_1 = 1$$

$$7.1. l_2 = \{1, 1, -1\} \quad \lambda_2 = 3; 7.2. l_2 = \{1, 1, -1\} \quad \lambda_2 = 1.$$

$$l_3 = \{1, -1, 1\} \quad \lambda_3 = 5 \qquad l_3 = \{1, -1, 1\} \quad \lambda_3 = 3$$

$$l_1 = \{1, 1, 1\} \quad \lambda_1 = 1 \qquad l_1 = \{1, 1, 1\} \quad \lambda_1 = 3$$

$$7.3. l_2 = \{1, 1, -1\} \quad \lambda_2 = 3; 7.4. l_2 = \{1, 1, -1\} \quad \lambda_2 = 5.$$

$$l_3 = \{1, -1, 1\} \quad \lambda_3 = 3 \qquad l_3 = \{1, -1, 1\} \quad \lambda_3 = 3$$

$$l_1 = \{1, 1, 1\} \quad \lambda_1 = 3 \qquad l_1 = \{1, -1, 1\} \quad \lambda_1 = 1$$

$$7.5. \quad l_2 = \{1, 1, -1\} \quad \lambda_2 = 5; \quad 7.6. \quad l_2 = \{1, 1, 1\} \quad \lambda_2 = 3 \quad .$$

$$l_3 = \{1, -1, 1\} \quad \lambda_3 = 7 \qquad l_3 = \{1, 1, -1\} \quad \lambda_3 = 5$$

$$l_1 = \{1, -1, 1\} \quad \lambda_1 = 1$$

$$7.7. \quad l_2 = \{1, 1, 1\} \quad \lambda_2 = 1 \quad .$$

$$l_3 = \{1, 1, -1\} \quad \lambda_3 = 3$$

XIII. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

8.

$$8.1. \quad x_1^2 - x_2^2 + x_3^2; \quad 8.2. \quad x_1^2 - x_2^2 + x_3^2; \quad 8.3. \quad x_1^2 - x_2^2 + x_3^2;$$

$$8.4. \quad x_1^2 - x_2^2 + x_3^2; \quad 8.5. \quad x_1^2 - x_2^2 + x_3^2; \quad 8.6. \quad x_1^2 - x_2^2 + x_3^2.$$

$$8.7. \quad x_1^2 - x_2^2 + x_3^2.$$

9.

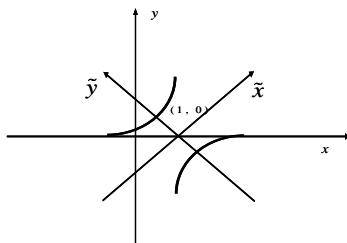
$$9.1. \quad 6y_1^2 + y_2^2 - 6y_3^2; \quad 9.2. \quad 5y_1^2 + 4y_2^2; \quad 9.3. \quad 6y_1^2 - 6y_2^2 + 6y_3^2.$$

$$9.4. \quad 2y_1^2 + y_2^2 + 10y_3^2; \quad 9.5. \quad 6y_1^2 - 6y_2^2 + 6y_3^2; \quad 9.6. \quad 5y_2^2 + y_3^2.$$

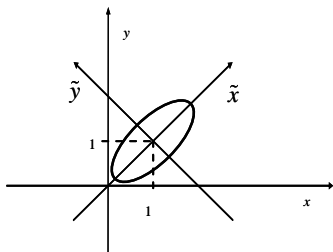
$$9.7. \quad 5y_1^2 + 5y_2^2 - y_3^2.$$

10.

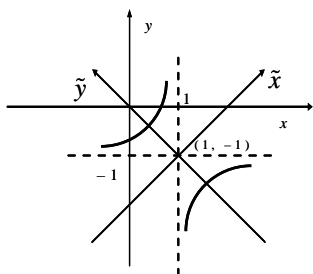
$$10.1. \quad -\frac{\tilde{x}^2}{2} + \frac{\tilde{y}^2}{\frac{2}{3}} = 1;$$



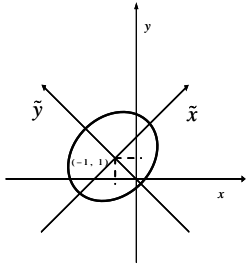
$$10.2. \frac{\tilde{x}^2}{1} + \frac{\tilde{y}^2}{\frac{1}{3}} = 1$$



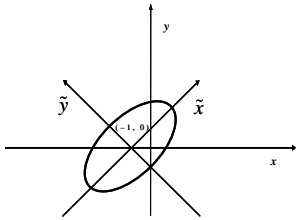
$$10.3. -\frac{\tilde{x}^2}{\frac{3}{2}} + \frac{\tilde{y}^2}{\frac{3}{2}} = 1.$$



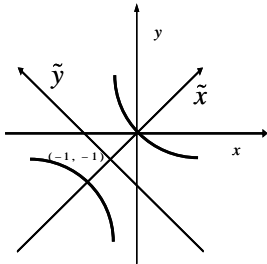
$$10.4. \frac{\tilde{x}^2}{7} + \frac{\tilde{y}^2}{\frac{7}{3}} = 1.$$



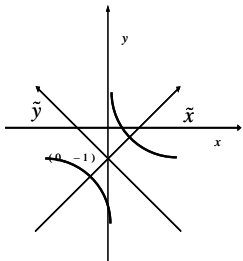
$$10.5. \frac{\tilde{x}^2}{4} + \frac{\tilde{y}^2}{\frac{4}{5}} = 1.$$



$$10.6. \frac{\tilde{x}^2}{3} - \frac{\tilde{y}^2}{3} = 1.$$



$$10.7. \frac{\tilde{x}^2}{\frac{2}{3}} - \frac{\tilde{y}^2}{2} = 1.$$



XIV. ПРЕДЕЛЫ ФУНКЦИЙ

1.:

1. $-5/6$.

2. 0

3. ∞ .

4. 1.

5. $-1/3$.

6. $2/3$.

7. 2

8. $5/3$.

9. $2/5$.

10. 0.

11. ∞

12. $1/3$.

13. -48.

14. $1/3$.

15. 0

16. $1/3$.

17. 41

18. 1

19. 6;

20. 1

21. 0;

22. $1/2$

23. $3/2$

24. ∞ , если $x \rightarrow 1-0$ — ∞ , если $x \rightarrow 1+0$.

25. $2/3$.

26. $25/2$.

27. e^5 .

28. 6

29. 3.

30. 2

31. $\frac{1}{e^8}$.

32. $\frac{1}{e}$

33. $5/2$

34. 2

35. e^a

36. $\frac{1}{e^2}$

37. $3/4$

38. $\frac{\pi}{2}$

39. e^2

40. e^3 .

2. а) $\alpha(x)$ — третьего порядка малости относительно $\beta(x)$.

б) $\alpha(x)$ — 2-го порядка малости относительно $\beta(x)$.

в) эквивалентные величины.

г) $\alpha(x)$ — 2-го порядка малости отн. $\beta(x)$.

3. а) 6, б) $5/2$, в) $1/8$, г) $3/2$.

ХV. ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

ХVI. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ. ПРАВИЛО ЛОПИТАЛЯ.

ХVI.1

а) да, $\gamma = 3$.

б) $M(2; 0)$.

в) да, $\gamma = 4$.

г) $\gamma = 1$.

д) $\gamma = \frac{\pi}{4}$.

ХVI.2

а) $\frac{3}{e}$.

б) $\frac{1}{6}$.

в) $\frac{3}{5}$.

г) 2

д) 1

е) 0

ж) $\frac{1}{\pi}$.

з) 1.

и) 0

к) $-\frac{1}{2}$.

л) $\frac{1}{2}$.

м). 1.

н) e^{-6} .

- о) 2.
п) $e^{1/3}$.

XVII. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ.

XVII.1

- а) $x = -3, x = 1$.
б) $x = -4$.
в) $x = -1$.
г) $x = -3$.
д) точек перегиба нет
е) $x = 2$.
ж) точек перегиба нет.
з) $x = -1$.
и) $x = 2$.
к) точек перегиба нет.

XVII. 2 Найти асимптоты графика функции.

- а) $x = 0$ – правосторонняя, $y = 1$.
б) $x = 2, y = 0$.
в) $x = 1, y = 0$.
г) $x = -1$ – правосторонняя, $y = 1$.
д) $y = 0$.
е) $y = x - 1$ – правосторонняя.
ж) нет.
з) $x = 2, x = -2, y = 0$.
и) $y = 0$.
к) $x = 0, y = 0$.

XVIII. ИНТЕГРАЛЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

XVIII. 1.

1. $e^{-3x}(x-1) + C$.
2. $x \arctg \sqrt{4x-1} - \frac{\sqrt{4x-1}}{4} + C$.
3. $e^{3x}(x+1) + C$.
4. $(2x-1)\sin 2x + \cos 2x + C$.

$$5. (4x-1)\cos 4x - \sin 4x + C.$$

$$6. e^{3x} \left(\frac{5}{3}x - \frac{11}{9} \right) + C.$$

$$7. e^{2x}(2-3x) + C.$$

$$8. \ln \left| \frac{x}{1 + \sqrt{x^2 + 1}} \right| + C.$$

$$9. \ln|x| + \frac{1}{2} \ln^2|x| + C.$$

$$10. -\arcsin \frac{1}{x} + C.$$

$$11. \frac{1}{2} x^2 + \ln^2|x| + C.$$

12.

$$\frac{1}{2} \ln \left| x^2 + \frac{1}{2} + \sqrt{x^4 + x^2 + 1} \right| + C.$$

13.

$$-\arcsin x - \frac{1}{4} (\arccos x)^4 + C.$$

$$14. -\frac{\ln^2 \cos x}{2} + C.$$

$$15. \ln \frac{(x-1)^2}{|x|} + \frac{x^2}{2} + x + C.$$

$$16. \ln(x-1)^2 |x+1| + \frac{3}{2} x^2 + C.$$

17.

$$\ln|x-3|^5 (x-1)^2 + \frac{x^2}{2} + 4x + C.$$

$$18. \ln \frac{|x-2|^7}{|x+1|} + x^2 + 2x + C.$$

19.

$$\ln|x-3|^3 |x+3|^{11} + x^2 - 2x + C.$$

$$20. \ln \frac{(x+1)^{22}}{|x+2|} + \frac{3}{2} x^2 - 9x + C.$$

$$21. x + \ln \frac{|x-1|^3 (x-3)^{24}}{|x-2|^{19}} + C.$$

$$22. \ln|x+1| - \frac{1}{2(x+2)^2} + C.$$

$$23. \ln|x| - \frac{1}{2(x+2)^2} + C.$$

$$24. \ln|x+2| - \frac{1}{2(x-2)^2} + C.$$

$$25. \ln|x+1| - \frac{1}{(x+2)^2} + C.$$

$$26. \ln|x+2| + \frac{1}{2(x-2)^2} + C.$$

$$27. \ln|x+1| + \frac{1}{2(x+2)^2} + C. \quad 28. 2\ln|x-1| - \frac{1}{2(x+1)^2} + C.$$

$$29. -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2}\ln|x^2+x+1| + \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C.$$

$$30. -\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + \operatorname{arctg}x + C.$$

$$31. \frac{1}{x+2} + \ln|x^2+x+1| - \frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C.$$

$$32. \frac{1}{x+1} + \ln|x^2+2x+2| - \operatorname{arctg}(x+1) + C.$$

$$33. -\frac{2}{x+1} + \frac{1}{2}\ln|x^2+2x+2| + \operatorname{arctg}(x+1) + C.$$

$$34. -\frac{2}{x+2} + \ln|x^2+2x+3| - \frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{x+1}{\sqrt{2}} + C.$$

$$35. \frac{1}{x+1} + \frac{3}{2}\ln|x^2+2| + \frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{2}} + C.$$

$$36. -\frac{4}{3}\left(\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^{3/2} + C. \quad 37. -\frac{3}{2}\left(\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^{4/3} + C.$$

$$38. -2\left(\frac{1+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}}\right)^{3/2} + C. \quad 39. -\frac{9}{4}\left(\frac{1+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}}\right)^{4/3} + C.$$

$$40. -\frac{9}{8}\left(\frac{1+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{4/3} + C. \quad 41. -\frac{9}{5}\left(\frac{1+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}}\right)^{5/3} + C.$$

$$42. -\frac{9}{10}\left(\frac{1+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^{5/3} + C.$$

XVIII. 2.

1. $\frac{1}{4}(5 - \cos 4 - \sin 4)$.
2. $\frac{4}{9} \cos 6 - \frac{2}{27} \sin 6$.
3. $2(2 - \cos 1 - \sin 1)$.
4. $\frac{4}{9} - \frac{2}{27} \sin 6$.
5. $7 + \cos 4 - 2 \sin 4$.
6. π .
7. $-2(\pi + 1)$.
8. $\frac{5}{2}$.
9. $\frac{4}{15}$.
10. $\frac{\pi^2}{8} - \frac{1}{2} \ln 2$.
11. $2(1 - \ln 2)$.
12. $\ln 2$.
13. $\frac{17}{18}$.
14. $\ln \left(1 + \frac{\pi^2}{16} \right) - \frac{1}{4}$.
15. $\frac{55}{96}$.
16. $\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{4}{3\sqrt{3}} \right)$.
17. $\frac{29}{24}$.
18. $\frac{13}{10}$.
19. $\frac{1}{6}$.
20. $\frac{1}{6} + \ln \frac{2}{3}$.
21. $1 + \ln \frac{3}{2}$.
22. $\frac{1}{10} \ln \frac{12}{7}$.
23. $2 \ln 2 - \frac{1}{2}$.
24. $\ln 4 + \frac{\pi}{\sqrt{2}}$.
25. $\ln 4 - \frac{\pi}{8}$.
26. $\frac{\pi}{3} + \frac{1}{36} \ln 2$.
27. $-\frac{1}{4}(\ln 2 + \pi\sqrt{2})$.
28. $\frac{5}{6} \left(1 - \ln \frac{11}{6} \right)$.
29. 35π .
30. $\frac{5}{8}\pi$.

$$31. \frac{3}{64}\pi.$$

$$33. \frac{35}{8}\pi.$$

$$35. 5\pi.$$

$$37. 6\ln\frac{4}{3}.$$

$$39. \pi.$$

$$41. \frac{4}{3}\pi.$$

$$43. 64\pi.$$

$$45. \frac{\sqrt{2}}{50}.$$

$$48. \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

$$46. \frac{\sqrt{2}}{18}.$$

$$49. \frac{5}{4} - \frac{3\pi}{8}.$$

$$32. \frac{5}{64}\pi.$$

$$34. 35\pi.$$

$$36. \frac{\ln 5}{16}.$$

$$38. 1.$$

$$40. \frac{e-1}{5}.$$

$$42. e-1.$$

$$44. \frac{\pi}{16}.$$

$$47. \frac{1}{5\sqrt{3}}.$$

XVIII. 3.

$$1. 8.$$

$$3. 9.$$

$$5. \frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$7. \frac{1}{3}.$$

$$2. 9.$$

$$4. \frac{1}{3}.$$

$$6. \pi.$$

8. $\frac{3}{2}\pi - 2.$

10. $8\pi + 32.$

12. $4\pi - 3\sqrt{3}.$

14. $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}.$

16. $\frac{\pi}{4}.$

18. $\frac{4}{3}\pi + 2\sqrt{3}.$

20. $\frac{\pi}{4}.$

9. $\pi - 2.$

11. $4\pi.$

13. $3\sqrt{3}.$

15. $4\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$

17. $\frac{5}{24}\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}.$

19. $\frac{5}{6}\pi - \sqrt{3}.$

21. $3\pi + \frac{9\sqrt{3}}{2}.$

XVIII. 4.

1. $2 + \ln \frac{3}{\sqrt{5}}.$

2. $\frac{3}{4} + \frac{\ln 2}{2}.$

3. $\frac{2\sqrt{2}}{3}.$

4. $1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}.$

5. $\frac{\ln 3}{2}.$

6. $1 + \frac{1}{2} \ln \frac{6}{5}.$

7. 1.

8. 20.

9. 48.

10. 8.

11. $\frac{\pi^3}{3}.$

12. 15.

13. $2(e^\pi - 1).$

14. 12.

15. $10sh \frac{3\pi}{8}.$

16. $5sh \frac{2\pi}{3}$.

17. $4sh \frac{\pi}{2}$.

18. $26sh \frac{5\pi}{24}$.

19. $13sh \frac{6\pi}{5}$.

20. $5(e^{\frac{\pi}{4}} - 1)$.

21. $5(e^{\frac{4\pi}{9}} - 1)$.

XVIII.5.

1. 2.

2. π .

3. 72π .

4. 48π .

5. 11π .

6. 18.

7. $1,5\pi$.

XVIII.6.

Ось вращения Ox .

1. $\frac{\pi}{30}$.

2. $\frac{16}{5}\pi$.

3. $4\pi^2$.

Ось вращения Oy .

4. $2\pi^2$.

5. $6\pi^2$.

6. 8π .

7. $\frac{5}{6}\pi$.

XVIII.7.

1. $2,34 \cdot 10^5 \text{ Н}$; 2. $2,52 \cdot 10^5 \text{ Н}$.

XVIII.8.

1. $1,36 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$; 2. $1,68 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$; 3. $1,72 \cdot 10^{10} \text{ Дж}$.

XVIII.9.

1. $2,7 \cdot 10^3 \text{ Дж}$; 2. $1,8 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

XIX. ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

XIX.1.

а) 8; -32,

б) 0; 0.

в) $-\frac{1}{2}; 0$

г) $4e^2; 4e^2$.

д) -9; 9

е) $\frac{1}{\sqrt{e}}; -\frac{1}{4\sqrt{e}}$.

XIX.2. Найти производные второго порядка функции:

XIX.3. Показать, что функция удовлетворяет равенству.

XIX.4.

а) $2x + 4y - z - 5 = 0, \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-5}{-1}$.

б) $x + ez = 0, \frac{x-1}{1} = \frac{y-\pi}{0} = \frac{z-\frac{1}{e}}{-e}$.

в) $x - y + 2z - \frac{\pi}{2} = 0, \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-\frac{\pi}{2}}{2}$.

г) $x + y - 2z = 0, \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

д) $x - y - 2z + 1 = 0, \frac{x-\frac{\pi}{4}}{1} = \frac{y-\frac{\pi}{4}}{-1} = \frac{z-\frac{1}{2}}{-2}$.

е) $2x + 2y - 3z + 1 = 0, \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$.

$$\text{ж) } x + y - 4z = 0, \quad \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-4}.$$

$$\text{з) } 3x - y - z = 4, \quad \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-4}{-1}.$$

$$\text{и) } 2x + 2y - z = 1, \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-1}.$$

$$\text{к) } z = 2(x-1), \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y}{0} = \frac{z}{-1}.$$

$$\text{л) } 2x - y - z = 3, \quad \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}.$$

$$\text{м) } x + 4y - 4z = 5, \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{-4}.$$

$$\text{XIX.5. а) } \frac{1}{\sqrt{17}}; \quad \text{б) } \frac{\pi}{6}; \quad \text{в) } -\frac{11}{3}.$$

$$\text{XIX.6. а) } \cos \varphi = -\frac{3}{4} \quad \varphi = 139^\circ 36'; \quad \text{б) } \cos \varphi = 0 \quad \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{в) } \cos \varphi = -1 \quad \varphi = \pi.$$

XIX.7. Исследовать на экстремум функции.

а) $z_{\min} = -2$ при $x_1 = -1$, $y_1 = -1$ и $x_2 = 1$ и $y_e = 1$, экстремума нет при $x = 0$, $y = 0$.

$$\text{б) } z_{\max} = \frac{1}{64} \text{ при } x = \frac{1}{4}, \quad y = \frac{1}{2}.$$

$$\text{в) } z_{\min} = -1 \text{ при } x = 1, \quad y = 1.$$

$$\text{г) } z_{\min} = 30 \text{ при } x = 5, \quad y = 2.$$

$$\text{д) } z_{\min} = -125.$$

$$\text{е) } z_{\max} = 282 \text{ при } x = 21, \quad y = 20.$$

ж) $z_{\min} = -\frac{4}{3}$ при $x = 0$, $y = -\frac{2}{3}$.

з) $z_{\max} = 15$ в точке $M(4; 4)$.

и) $z_{\min} = -1$ в точке $M(1; 0)$.

к) $z_{\min} = -8$ в точке $M_1(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; $z_{\min} = -8$ в точке $M_2(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

л) $z_{\max} = 108$ при $x = 3$, $y = 2$.

м) $z_{\min}(0,0) = 0$, $z_{\max}(\pm 1,0) = \frac{2}{e}$.