

ВЫСШИЙ КОЛЛЕДЖ СВЯЗИ

**СБОРНИК
ТИПОВЫХ РАСЧЕТОВ**

по дисциплине
«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»

часть I

для студентов специальности
Т 12.02.00 – Почтовая связь

Составитель

Рябенкова Л.А.

Издание утверждено на заседании
кафедры математики и физики
от 23.12.1999 г. Протокол № 4

Зав. кафедрой

Гладков Л.Л.

Вариант 1

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x); \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x+2}$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{2x^2 - x - 2}{x^2 - 3x - 18}; \quad б) y = \begin{cases} x; & x \leq 0; \\ -\sqrt{x}; & 0 < x \leq 4; \\ (x-4)^2; & x > 4. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \ln^5(2x^4 - x \operatorname{arctg} 3x); \quad б) y = (\arcsin x)^{\frac{1}{x}};$$

$$в) \frac{x}{y} + \cos xy = \operatorname{tg}^2 y; \quad з) \begin{cases} x = t + \ln \cos t; \\ y = t - \ln \sin t. \end{cases} \quad \frac{d^2 x}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5}{2 + \sqrt{9+x}}\right)^{\frac{1}{\sin x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right); \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 8x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{4x}{(x-1)^2}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{5x^4 + 3x^2}{x^3 + x^5} dx; \quad б) \int \operatorname{arctg} 6x dx. \quad в) \int \frac{3x^2}{2-x} dx;$$

$$з) \int \frac{x^3 + 2x + 5}{x^2(x^2 + 2x + 5)} dx; \quad д) \int \cos^5 \frac{x}{3} \sin^2 \frac{x}{3} dx; \quad е) \int \frac{dx}{13 - 5 \cos x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{2x+3}{x^2+x+4} dx; \quad б) \int_0^2 \frac{x dx}{x^2-1}.$$

8. Найти длину дуги кривой $y = -1 + \frac{x^2}{2}$, отсеченной осью OX .

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера.
$$\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9; \\ 2x + 5y - 3z = 4; \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{16 - x^2}{\sqrt{5 + x} - 3}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 3} \right)^{4x+1}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{2x}{5 - x}; \quad б) y = \begin{cases} x^2 + 1; & x \leq 2; \\ 4 - x; & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = e^{\left(\arccos \sqrt{1-x^2} + \sin^2 3x \right)}; \quad б) y = (\ln x)^x;$$

$$в) xy + \operatorname{arctg} \frac{1}{y} = y; \quad г) \begin{cases} x = 3t - t^3; & \frac{d^2 x}{dx^2} = ? \\ y = 3t^3. & \end{cases}$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\pi}{4x} - \frac{\pi}{2x(e^{\pi x} + 1)} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \right)^{\frac{1}{x}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = x + \frac{4}{x^2}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \sqrt{1 + 3 \cos^2 x} \sin 2x \, dx; \quad б) \int x \cdot \ln(4x + 5) \, dx; \quad в) \int \frac{x}{2x^2 + 2x + 5} \, dx;$$

$$г) \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} \, dx; \quad д) \int \sin^5 \frac{x}{2} \, dx; \quad е) \int \frac{2 \operatorname{tg} x + 3}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x} \, dx.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{dx}{2(x^2 - 1)^2}; \quad б) \int_1^{e^2} \frac{dx}{x^4 \sqrt{\ln x}}.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги синусоиды

$$y = \sin 2x \quad \text{от } x=0 \text{ до } x = \frac{\pi}{2}.$$

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6; \\ 2x + 3y - 4z = 20; \\ 3x - 2y - 5z = 6. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 5x + 4}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} (6x + 5)(\ln(3x + 2) - \ln(3x - 1)).$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{2x}{1-x}; \quad б) y = \begin{cases} 4 - x^2; & x < 3; \\ x - 2; & x \geq 3. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = 3^{(x^3 + \operatorname{ctg}^7 5x)^4}; \quad б) y = (\operatorname{tg} 3x)^{\operatorname{ctg} x};$$

$$в) (xy)^3 = \cos(x + y); \quad г) \begin{cases} x = e^{2t}; \\ y = \cos t. \end{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 2 \ln x}{x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = 1 + x - \frac{x-1}{x+2}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{x^2}{x^6 + 4} dx; \quad б) \int x e^{2-x} dx; \quad в) \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 25}} dx;$$

$$г) \int \frac{5x - 8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx; \quad д) \int \frac{dx}{\cos \frac{x}{7} \sin^3 \frac{x}{7}}; \quad е) \int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_{-2}^{\infty} \frac{x+2}{(x+4)^5} dx; \quad б) \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + x - 2}.$$

8. Определить периметр криволинейного треугольника, ограниченного линиями:

$$y^2 = x^3; \quad x = \frac{4}{3}.$$

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x + 2y + z - 2 = 0; \\ 2x + 3y + z = 0; \\ 2x + y + 3z - 4 = 0. \end{cases}$$

Вариант 4.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{x-6} - 1}{x-7}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{arctg} 2x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} (2x-3)(\ln(x-2) - \ln(x+1)).$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{2x}{x+3}; \quad б) y = \begin{cases} 6-x^2; & x \leq 2; \\ x-3; & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \ln^5(x^3 - x \operatorname{tg}^3 4x); \quad б) y = (x+1)^{3/x};$$

$$в) xy = e^{x-y} + \cos^2 \frac{x}{y}; \quad з) \begin{cases} x = 3 \cos^2 t; & \frac{d^2 y}{dx^2} = ? \\ y = 4 \sin^2 t. \end{cases}$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{(2x - \pi)^2}; \quad б) \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{6}{1+2 \ln x}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{2x}{x^2 + 4}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{2^x}{\sqrt{1-4^x}} dx; \quad б) \int (3-2x)e^{2x} dx; \quad в) \int \frac{dx}{3\sqrt[6]{3x-4} + \sqrt{3x-4}};$$

$$з) \int \frac{2x^4 - x^3 + 5}{x^3 - 9x} dx; \quad д) \int \sin^4 \frac{x}{4} dx; \quad е) \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}; \quad б) \int_0^{\infty} e^{-x} \sin x dx.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги $y = x^3$; от $x=0$ до $x = \frac{1}{2}$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} 3x + 3y + 2z = 2; \\ 2x + y - z = 0; \\ x - 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

Вариант 5.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x); \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \arcsin 2x}{(\operatorname{arctg} 4x)^2}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1 - 2x}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 3^{4-x}; \quad б) y = \begin{cases} 2x; & x < 0; \\ \sin x; & 0 \leq x \leq \pi; \\ -3; & x > \pi. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \ln \arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}; \quad б) y = (\ln x)^{3^x};$$

$$в) \cos xy = \left(\frac{x}{y}\right)^2; \quad з) \begin{cases} x = \cos \frac{t}{2}; & \frac{d^2 y}{dx^2} = ? \\ y = t - \sin t. \end{cases}$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sin^2 \frac{\pi x}{6}}{1 - x^2}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x\right); \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{\frac{2}{x^2}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{\ln x}{x(1 - \ln^2 x)} dx; \quad б) \int \ln(x^2 + 5) dx; \quad в) \int \frac{x+3}{\sqrt{x^2 + 9x + 14}} dx;$$

$$з) \int \frac{xdx}{(x+5)(x^2 + x - 20)}; \quad д) \int \frac{dx}{\sin 7x \cos^3 7x}; \quad е) \int \frac{dx}{1 + 3 \cos^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx; \quad б) \int_1^4 \frac{xdx}{\sqrt{16 - x^2}}.$$

8. Вычислить площадь шарового пояса, получаемого при вращении вокруг оси OX дуги окружности $x^2 + y^2 = 4$, ($y > 0$), между точками $x = -1$ и $x = 1$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} 3x + y - 2z - 1 = 0; \\ x - 2y + 3z - 5 = 0; \\ 2x + 3y - z + 4 = 0. \end{cases}$$

Вариант 6.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sin 4x}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = e^{\frac{1}{2-x}}; \quad б) y = \begin{cases} x^3; & x \leq 0; \\ x^2; & 0 < x \leq 3; \\ 2x + 1; & x > 3. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \operatorname{tg} \ln e^{2\sqrt{x}}; \quad б) y = x^{\sin x^3};$$

$$в) y - x = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}; \quad з) \begin{cases} x = \sin^2 t; & \frac{d^2 y}{dx^2} = ? \\ y = \operatorname{ctg}^2 t. & \end{cases}$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{\sqrt{2+x} + x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln \sin x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x - \pi}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2}{x-1}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{2^x}{1-4^x} dx; \quad б) \int 4x \cdot \ln^2 x dx; \quad в) \int \frac{2-3x}{x^2-2x+10} dx;$$

$$з) \int \frac{dx}{(x^2+2)(x-1)^2}; \quad д) \int \frac{\cos 3x}{(\cos 3x - 1)^2} dx; \quad е) \int \frac{dx}{\operatorname{tg}^7 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_2^{\infty} \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx; \quad б) \int_{-2}^0 \frac{x dx}{x^2 - 1}.$$

8. Вычислить длину дуги цепной линии $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$, заключенной

между прямыми $x=1$ и $x=-1$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 3; \\ x + 2y + z = 2; \\ x - 3y + 4z = -1. \end{cases}$$

Вариант 7.

1. Вычислить пределы:

$$а) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - 5}{1 + \sqrt{x^2 + 3}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{\arctg(x + 2)}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 5}{2x + 1} \right)^{x-1}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$а) y = e^{\frac{1}{5-x}}; \quad б) y = \begin{cases} 1-x; & x \leq -1; \\ \sqrt{x^2 - 1}; & -1 < x \leq 1; \\ x; & x > 1. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$а) y = \left(3^{\operatorname{tg}^2 3x} + \ln \sin x \right)^4; \quad б) y = \left(\sin \sqrt{x} \right)^{e^x};$$

$$в) \operatorname{tg} \frac{y}{x} = \frac{x}{y} + xy; \quad г) \begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = \operatorname{ctg} t. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$а) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x^2 \right)^{\frac{1}{x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = x - \frac{x^2 - 1}{x^2}.$$

6. Найти интегралы:

$$а) \int \frac{\sin \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx; \quad б) \int x \cos 4x dx \quad в) \int \frac{7x + 4}{x^2 + x + 9} dx;$$

$$г) \int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx; \quad д) \int \frac{\sin^4 \frac{6}{7} x}{\cos^2 \frac{6}{7} x} dx; \quad е) \int \frac{dx}{4 \cos x + 5 \sin x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$а) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4}; \quad б) \int_{-1}^{\frac{1}{e}} \frac{dx}{x^3}.$$

8. Определить длину дуги кривой $y = \ln(2 \cos x)$, заключенной между осями координат.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} x - 2y + z - 4 = 0; \\ 2x + y + 3z - 5 = 0; \\ 3x + 4y + z + 2 = 0. \end{cases}$$

Вариант 8.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x^2 + x - 2} - \frac{1}{x - 1} \right); \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3 \operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^x.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 2^{\frac{1}{x+1}}; \quad б) y = \begin{cases} \ln x; & 0 < x \leq 1; \\ x - 1; & 1 < x \leq 3; \\ x^2 - 3; & x > 3. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \operatorname{tg} \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{x + 2}; \quad б) y = (\sin^2 x)^{\ln x};$$

$$в) \operatorname{tg} xy - e^x = \arcsin x; \quad г) \begin{cases} x = \sqrt{t - 1}; \\ y = \frac{1}{\sqrt{t}}. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{x^2}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = 2x \cdot e^{-x}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int x^2 \cdot e^{-2x^3} dx; \quad б) \int x \operatorname{arcc} \operatorname{tg} 8x dx \quad в) \int \frac{(x-1)^2}{x^2 + 3x + 4} dx;$$

$$г) \int \frac{x^2 + 1}{(x+1)^2(x-1)} dx; \quad д) \int \frac{\cos \frac{2}{3}x}{1 - \cos \frac{2}{3}x} dx; \quad е) \int \frac{dx}{\sin x + 3 \cos x - 5}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} 2x e^{-x} dx; \quad б) \int_1^e \frac{dx}{x^3 \sqrt{\ln x}}.$$

8. Найти площадь поверхности, полученной вращением вокруг оси Ox параболы $y^2 = 4x$ от вершины до точки с абсциссой $x=3$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0; \\ x + 2y + z - 8 = 0; \\ 4x - 3y - 2z + 1 = 0. \end{cases}$$

Вариант 9.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x}{x+2} - \frac{8}{x^2-4} \right); \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{x \cdot \sin 2x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 3^{\frac{1}{x+2}}; \quad б) y = \begin{cases} x^3 - 1; & x \leq 1; \\ \frac{2}{x}; & 1 < x < 4; \\ x^x - 3; & x \geq 4. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \left(5^{\sin^2 2x} - \cos^2 3x \right)^3; \quad б) y = \left(x^2 + 1 \right)^{\sqrt{x}};$$

$$в) \arcsin \sqrt{x} + \frac{1}{x+y} = y^2; \quad г) \begin{cases} x = \frac{1}{t^2}; \\ y = \frac{1}{t^2 + 1}. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (ctgx)^{\frac{1}{\ln x}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 3x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 4}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{dx}{e^x(3 + e^{-x})}; \quad б) \int \arcsin 2x dx \quad в) \int \frac{3x-1}{x^2-4x+8} dx;$$

$$г) \int \frac{x^6 + 16}{x^4 - 4} dx; \quad д) \int \sin^4 x \cos^2 x dx; \quad е) \int \frac{dx}{2 + 3\cos^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx; \quad б) \int_{-1}^1 \frac{3x^2 + 2}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$$

8. Определить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 8 \sin t + 6 \cos t; \\ y = 6 \sin t - 8 \cos t. \end{cases}$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{2}$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера $\begin{cases} 3x + 3y + 2z = -1; \\ 2x + y - z = 3; \\ x - 2y - 3z = 4. \end{cases}$

Вариант 10.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 2}{5x^3 + 1}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\frac{x+1}{x}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 3^{\frac{1}{4-x}}; \quad б) y = \begin{cases} 4x; & x < 2; \\ 2^{3-x}; & x \geq 2. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \ln \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}; \quad б) y = (\operatorname{tg} 3x)^x;$$

$$в) e^x \sin y - \cos \frac{x}{y} = y; \quad г) \begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2}; \\ y = \frac{1}{t}. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{2}{3 + \ln x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \arccos x \cdot \operatorname{ctg} x; \quad в) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 - 7x + 6}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{2 \ln x}{x}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \sqrt{1 - e^x} \cdot e^x dx; \quad б) \int x^2 e^{-3x+1} dx; \quad в) \int \frac{2x^3}{2x+3} dx;$$

$$г) \int \frac{dx}{x^2(1+x^2)}; \quad д) \int \sin \frac{x}{3} \cos \frac{x}{4} dx; \quad е) \int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 5}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x+3)^4}; \quad б) \int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 4x + 3}.$$

8. Определить площадь поверхности эллипсоида, полученного при вращении вокруг оси OX эллипса $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее по формулам Крамера

$$\begin{cases} 5x - 2y + z + 1 = 0; \\ 2x + y + 2z - 6 = 0; \\ x - 3y - z + 5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 11.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+8x}-3}{\sqrt{4x}-2}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x}}{\sin 4x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1} \right)^x.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 3^{\frac{1}{x-3}}; \quad б) y = \begin{cases} x+2; & x \leq 0; \\ x^2-1; & 0 < x < 2; \\ 5-x; & x \geq 2. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \operatorname{tg} \ln \frac{\sqrt{x}}{x^2+1}; \quad б) y = (\operatorname{arctg} x)_{x'}^{\frac{1}{x}};$$

$$в) e^{x+y} = y \operatorname{tg} x; \quad г) \begin{cases} x = \sqrt{t^3-1}; \\ y = \ln t. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arcsin}(2-x)}{\sqrt{x^2-3x+2}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin 2x)^{\cos x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = 4x \cdot e^{-x}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx; \quad б) \int x^2 \ln(x+2) dx; \quad в) \int \frac{x^5}{x^2+1} dx;$$

$$г) \int \frac{3x+1}{(x^2-1)(x+2)} dx; \quad д) \int \sin 5x \cos 7x dx; \quad е) \int \frac{dx}{5+4 \sin x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость.

$$a) \int_0^{\infty} x \sin x dx; \quad б) \int_{-1}^1 \frac{\ln(2+\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}} dx.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y = \frac{1}{3}x^3$ от $x=0$ до $x=2\sqrt[4]{5}$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} x-3y+z=0; \\ 2x+y+3z=-1; \\ 2x-y-2z=4. \end{cases}$$

Вариант 12.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{x}{2}}{x^2}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{x-1} \right)^x; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x}-1}{x}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{x^3}{x+5}; \quad б) y = \begin{cases} 4x - x^2; & x \leq -1; \\ 2 - x; & -1 < x < 2; \\ x - 5; & x \geq 2. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \ln(e^x + e^{-x} \sin x); \quad б) y = (\cos^2 x)^{\sqrt{x}};$$

$$в) \operatorname{arctg} \frac{y^2}{x} = \ln \sqrt{x^3 + y^2}; \quad з) \begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = \frac{1}{\sin 2t}. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{5}{x^5 - 1} - \frac{7}{x^7 - 1} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{\frac{1}{x}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = 2x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{x dx}{x^4 + 9} \quad б) \int (5 + 4x) \cos 4x dx \quad в) \int \frac{x^2}{x+2} dx;$$

$$з) \int \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)} dx; \quad д) \int \sin 5x \cos x dx; \quad е) \int \frac{dx}{\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}} dx; \quad б) \int_0^{\frac{1}{e}} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

8. Найти длину дуги астроида $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} 2x + 3y - z - 4 = 0; \\ x - y + 3z - 3 = 0; \\ 3x + 5y + z - 9 = 0. \end{cases}$$

Вариант 13.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2x^2 - 1}}{x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+1}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{5x}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{x^2}{x-3}; \quad б) y = \begin{cases} x^2 - 1; & x < 0; \\ \cos x; & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}; \\ x - \frac{\pi}{2}; & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \frac{1}{7\sqrt{x} \sin^4 3x^2}; \quad б) y = \left(\frac{1}{x}\right)^{\ln x};$$

$$в) \operatorname{tg}(x+y) + xy^2 = 0; \quad г) \begin{cases} x = t - \sin t; \\ y = 3 - \cos t. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot e^{\sqrt{x}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctgx})^{\frac{1}{\ln x}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = x + \frac{9}{(x-2)^2}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{x dx}{\sqrt{4+x^4}}; \quad б) \int \operatorname{arctg}(x-1) dx; \quad в) \int \frac{x+7}{x^2+11x+42} dx;$$

$$г) \int \frac{x^2+1}{(x^2-3x+2)(x-1)} dx; \quad д) \int \cos 4x \cos 7x dx; \quad е) \int \frac{dx}{13+5\cos x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} x^3 \cdot e^{-x^2} dx; \quad б) \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{3+2x-x^2}}.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y^2 = x + 4$ от $x = -4$ до $x = 2$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5; \\ 2x + 3y + z = 1; \\ 2x + 2y + 3z = 11. \end{cases}$$

Вариант 14.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^4 + 3} - \sqrt[5]{x^3 + 4}}{\sqrt[3]{x^7 + 1}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x}{\sin^2 \frac{x}{2}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{2-x}}}; \quad б) y = \begin{cases} x; & x \leq 0; \\ -\sqrt{x}; & 0 < x \leq 4; \\ (x-4)^2; & x > 4. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \frac{\operatorname{tg}^3 5x^2}{2\sqrt{x}}; \quad б) y = (\ln x^2)^{\sin^2 x};$$

$$в) y^2 x + \arccos \frac{y^2}{x} = 0; \quad з) \begin{cases} x = \sin t; \\ y = \ln \cos t. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctgx}}; \quad x > 0; \quad б) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{3}{4 + \ln x}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{4x}{(x+4)^2}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sqrt[4]{\operatorname{tg} x}}; \quad б) \int x^2 \cdot \ln^2 x dx; \quad в) \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + 4}};$$

$$з) \int \frac{dx}{x^4 + x^2}; \quad д) \int \operatorname{ctg}^4 x dx; \quad e) \int \frac{dx}{3 \sin^2 x + 5 \cos^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{x dx}{\sqrt[3]{x^2 + 1}}; \quad б) \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$$

8. Найти длину дуги кривой $y = \ln(1-x^2)$ от $x_1 = 0$ до $x_2 = \frac{1}{2}$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} 2x - 3y - 5z - 1 = 0; \\ 3x + y - 2z + 4 = 0; \\ x - 2y + z - 5 = 0. \end{cases}$$

Вариант 15.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^3} \right); \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt[3]{(1-\cos x)^2}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-4}{3x+2} \right)^{\frac{x+1}{3}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 3^{\frac{1}{x-2}}; \quad б) y = \begin{cases} x+3; & x \leq 0; \\ \operatorname{tg} x; & 0 < x \leq \frac{\pi}{4}; \\ 1; & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = (6^{\arcsin 3x} + \operatorname{arctg} x^3)^3; \quad б) y = (\cos x)^{\operatorname{arccos} x};$$

$$в) e^{yx} = \cos^2 \frac{y}{x}; \quad г) \begin{cases} x = \cos t; \\ y = 2t - \sin 2t. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} (\ln x \cdot \ln(x-1)); \quad в) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = e^{2x-x^2}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{2x+3}{\sqrt{1+x^2}} dx; \quad б) \int 2x \cdot \cos 7x dx; \quad в) \int \sqrt{x^2+6} dx;$$

$$г) \int \frac{dx}{(x^2+9)^2}; \quad д) \int \operatorname{tg}^6 x dx; \quad е) \int \frac{dx}{4 \sin^2 x + 9 \cos^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx; \quad б) \int_{-1}^1 \frac{1+x}{\sqrt[5]{x^3}} dx.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги одной полуволны синусоиды $y = \sin x$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера

$$\begin{cases} x - y + z = 6; \\ 2x + y + z = 3; \\ x + y + 2z = 5. \end{cases}$$

Вариант 16.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 5} - x \right); \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^3 + 2}{5x^3} \right)^{\sqrt{x}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin \frac{x}{3}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{1}{5^{\frac{1}{x-2}} + 1}; \quad б) y = \begin{cases} -x; & x \leq 0; \\ 1 - x^2; & 0 < x \leq 1; \\ \ln x; & x > 1. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \left(4^{\operatorname{tg}^3 x^4} + \sqrt{x} \right)^3; \quad б) y = \left(1 + x^2 \right)^{\operatorname{arctg} x};$$

$$в) (x + y)^2 + (x - 2y)^3 = 0; \quad з) \begin{cases} x = 2t^3 + t; \\ y = \ln(t^2 - 1). \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{3x^2}{x^2 + 1}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{dx}{1 - \cos x}; \quad б) \int \operatorname{arcc} \operatorname{tg} \frac{x}{2} dx; \quad в) \int \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{x} dx;$$

$$з) \int \frac{x^5}{(x-1)^2(x^2-1)} dx; \quad д) \int \sin 3x \cos 5x dx; \quad е) \int \frac{dx}{3 + 5 \sin x + 3 \cos x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_5^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 8x + 17}; \quad б) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

8. Найти длину дуги кривой $\rho = \sin \varphi$, отсеченной прямой $\varphi = \frac{\pi}{4}$ (справа от прямой).

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} 2x + 3y + z = -1; \\ 8x + 3y + 5z = 17; \\ 2x + 5y - z = -11. \end{cases}$$

Вариант 17.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 - \sqrt{x+4}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x^2)^{\frac{1}{2x^3}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{x-1}}}; \quad б) y = \begin{cases} \sin x; & -\pi \leq x \leq \pi; \\ x - \pi; & \pi < x \leq 2\pi; \\ \cos x; & x > 2\pi. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \ln \sqrt{\frac{2-x^2}{x^3-6x}}; \quad б) y = \left(\frac{1}{x}\right)^{\arccos 2x};$$

$$в) x \sin y - y \cos x = 5; \quad з) \begin{cases} x = \operatorname{tg} t; \\ y = \frac{1}{1+t^2}. \end{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{2(1-\sqrt{x})} - \frac{1}{3(1-\sqrt[3]{x})} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow 3} \left(2 - \frac{x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \ln(x^2 + 1).$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{3x}{1+4x^4} dx; \quad б) \int x \cdot \ln(x^2 - 4) dx; \quad в) \int \frac{dx}{3\sqrt{x} - 2x};$$

$$з) \int \frac{2x-1}{(x+1)^2(x-4)} dx; \quad д) \int \cos^4 2x \sin 4x dx; \quad е) \int \frac{dx}{41+9\cos x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{xdx}{(x+1)^3}; \quad б) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 - \cos 2x}.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OY астроида $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера

$$\begin{cases} x + y + z - 2 = 0; \\ x + 3y + z - 4 = 0; \\ x + y + 3z = 0. \end{cases}$$

Вариант 18.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - x}); \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3\operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - 1}{2x^2}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 5^{\frac{1}{x-2}}; \quad б) y = \begin{cases} e^{-x}; & x \leq 0; \\ 1 - x^2 & 0 < x \leq 2; \\ x; & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \frac{\operatorname{ctg}^2 3x}{5^{1/x}}; \quad б) y = (\operatorname{arctg} x)^{1+x^2};$$

$$в) e^{xy} = \cos \frac{x}{y}; \quad г) \begin{cases} x = 2t - t^2; \\ y = 4t - t^4. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 + 2x)}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x)^{\frac{1}{\ln x}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{1}{x} + 4x^2.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx; \quad б) \int \operatorname{arctg} 3x dx; \quad в) \int \frac{8 - 7x}{\sqrt{4x - x^2 - 2}} dx;$$

$$г) \int \frac{x^3 + 5}{(x - 1)(x^2 + 4)} dx; \quad д) \int \cos^5 x dx; \quad е) \int \frac{dx}{16 \sin^2 x + 25 \cos^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}; \quad б) \int_0^3 \frac{dx}{(x - 1)^2}.$$

8. Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = e^t \cos t; \\ y = e^t \sin t. \end{cases}$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \ln \pi$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее по формулам Крамера

$$\begin{cases} x - 2y - z = 6; \\ 2x + 3y + 4z = -7; \\ 3x + y - 2z = 9. \end{cases}$$

Вариант 19.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{1-\sqrt{x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} \frac{x}{3}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{1}{1-e^{1-x}}; \quad б) y = \begin{cases} x; & x \geq 0; \\ \frac{x}{x+1} & x < 0. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \sin \ln \frac{x^2-1}{2x}; \quad б) y = (\sin^2 x)^{\sqrt{x}};$$

$$в) e^{x+y} = \sin \frac{y}{x}; \quad г) \begin{cases} x = \frac{1}{t}; \\ y = e^{t^2}. \end{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = x^3 - 3x^2 + 5.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \left(\ln x + \frac{1}{\ln x} \right) \frac{dx}{x}; \quad б) \int (8-7x)e^{7x} dx; \quad в) \int \frac{dx}{\sqrt{3x-1} - 4\sqrt[6]{3x-1}};$$

$$г) \int \frac{x^2+5}{2x^3+3x^2-2x} dx; \quad д) \int x \cos^3 3x^2 dx; \quad е) \int \frac{dx}{8-4\sin x+7\cos x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}; \quad б) \int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt[3]{7-x}}.$$

8. Найти площадь поверхности эллипсоида, полученного вращением вокруг оси OX эллипса $x^2 + 4y^2 = 4$

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее по формулам Крамера

$$\begin{cases} 5x + 4y + 4z - 3 = 0; \\ x - y + 2z - 3 = 0; \\ 4x + y + 2z = 0. \end{cases}$$

Вариант 20.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 5x + 2}{2x^3 + 7x^2 + 6x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{\arctg(x + 3)}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1-x}{x}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{3}{1 + 5^{1/x}}; \quad б) y = \begin{cases} 4 - x^2; & x \leq 2; \\ x - 1; & 2 < x \leq 4; \\ \sqrt{x} + 1 & x > 4. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \sin(3x^2 + \sqrt{9x^4 - 1}); \quad б) y = (\operatorname{tg} \sqrt{x})^{\frac{1}{x}};$$

$$в) \arccos \frac{x^2}{y+1} = \frac{1}{2} \ln(x+y); \quad з) \begin{cases} x = \operatorname{tgt}; \\ y = \operatorname{ctgt}. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{(\pi - 2x)^2}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \sin(2x - 1) \operatorname{tg} \pi x; \quad в) \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1)^{\ln x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = x^2 \cdot e^{-2x}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{xdx}{\sqrt{3-x^4}}; \quad б) \int \ln(4x^2 + 1) dx; \quad в) \int \frac{6-5x}{\sqrt{x^2+3x+10}} dx;$$

$$з) \int \frac{x^2+1}{(x+1)^2(x-1)} dx; \quad д) \int \cos^6 x dx; \quad е) \int \frac{dx}{\sin^3 3x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx; \quad б) \int_1^e \frac{dx}{x \ln x}.$$

8. Вычислить длину дуги полукубической параболы $y^2 = (x-1)^3$ от $x_1 = 2$ до $x_2 = 5$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера

$$\begin{cases} x + y + z = 1; \\ x + 2y + z = 2; \\ x + y + 2z = 0. \end{cases}$$

Вариант 21.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 5x} \right); \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \arcsin x}{3x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x^2} \right)^{x^2 + 1}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{1}{1 + e^{1/x - 1}}; \quad б) y = \begin{cases} x; & x \leq 0; \\ \frac{x}{1 - x}; & x > 0. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \frac{10^{\sqrt{x}}}{\arccos^3 2x}; \quad б) y = (\operatorname{tg} x)^{\ln x};$$

$$в) e^{x^2 + y} = \sin \frac{y^2}{x}; \quad г) \begin{cases} x = \sqrt{t^2 - 1}; & \frac{d^2 y}{dx^2} = ? \\ y = \arcsin t. & \end{cases}$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x) \operatorname{tg} x; \quad в) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = (x + 1)(x - 2)^2.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{dx}{\sqrt{x} \cdot \sin^2 \sqrt{x}}; \quad б) \int x \cdot \sin \frac{x}{2} dx; \quad в) \int \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x} dx;$$

$$г) \int \frac{dx}{6x^3 - 7x^2 - 3x}; \quad д) \int \frac{\sin 3x}{(1 - \cos 3x)^2} dx; \quad е) \int \frac{dx}{9 \sin^2 x + 4 \cos^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1 + x^2}; \quad б) \int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX одной арки циклоиды $\begin{cases} x = a(t - \sin t); \\ y = a(1 - \cos t). \end{cases}$ 9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее по формулам Крамера $\begin{cases} 2x - z = 1; \\ 2x + 4y - z = 1; \\ -x + 8y + 3z = 2. \end{cases}$

Вариант 22.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} + \sqrt{x}}{\sqrt[5]{x^4 + x + x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 2x}{\arctg 3x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{2x+3}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 3^{\frac{1}{x-2}}; \quad б) y = \begin{cases} x-3; & x \leq 2; \\ \frac{x}{x-4}; & x > 2. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \sin \ln \frac{x^2 - 1}{2x}; \quad б) y = (\cos^2 x)^{\sqrt{x}};$$

$$в) \frac{x^2}{y} + xy^2 = 2tgy; \quad г) \begin{cases} x = \ln t; \\ y = \frac{1}{t}. \end{cases} \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos 2x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \ln \sin x); \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = x^4 + 4x^3 - 2.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{x}}{x^2} dx; \quad б) \int (x+2) \ln x dx; \quad в) \int \frac{dx}{3x - 4\sqrt{x}};$$

$$г) \int \frac{x^3 + x - 1}{(x^2 + 2)(x - 1)} dx; \quad д) \int \sin^3 x \cos^6 x dx; \quad е) \int \frac{dx}{3 + \cos x + 2 \sin x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x+2)^2}; \quad б) \int_2^4 \frac{dx}{x^2 - 4}.$$

8. Вычислить длину дуги кривой $\rho = a \cdot \cos^3 \frac{\varphi}{3}$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

$$\text{по формулам Крамера} \quad \begin{cases} 2x - y - 3z = 3; \\ 3x + 4y - 5z = -8; \\ 2y + 7z = 17. \end{cases}$$

Вариант 23.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} + \sqrt[3]{x + 60}}{3x^2 - 5x - 8}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \sin x}{\operatorname{tg} x^2}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1 + \sin 3x}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 2^{\frac{1}{2-x}}; \quad б) y = \begin{cases} -x; & x \leq 0; \\ \frac{x}{x-1}; & x > 0. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \ln^5(\sqrt{x} - \operatorname{tg}^2 x); \quad б) y = (\operatorname{tg} 2x)^{\cos x};$$

$$в) \operatorname{ctg} \frac{x}{y} = \frac{y^2}{x} + \sqrt{xy}; \quad г) \begin{cases} x = t^2 - 2t; & \frac{d^2 y}{dx^2} = ? \\ y = 2t^2 + 3t. \end{cases}$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = (x+2)^2(x+1).$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2} \arcsin^3 2x}; \quad б) \int \operatorname{arcctg} \frac{x}{5} dx; \quad в) \int \frac{dx}{2\sqrt[3]{2x-5} + \sqrt{2x-5}};$$

$$г) \int \frac{2x-5}{x^3-3x^2+4} dx; \quad д) \int \frac{\sin 2x}{(1-\cos 2x)^2} dx; \quad е) \int \frac{dx}{\sin^2 x - 5 \sin x \cos x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} e^{-2x} dx; \quad б) \int_0^1 x \ln^2 x dx.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги кривой $y = x^3$ от $x = -\frac{2}{3}$ до $x = \frac{2}{3}$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее по формулам Крамера

$$\begin{cases} x + y + z - 2 = 0; \\ 2x - y - 6z + 1 = 0; \\ 3x - 2y - 8 = 0. \end{cases}$$

Вариант 24.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(x+4)(2x+5)(3x+6)}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{3x}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{5^{\frac{1}{x}} - 1}{5^{\frac{1}{x}} + 1}; \quad б) y = \begin{cases} \cos x; & x \leq 0; \\ 1 - x; & 0 < x \leq 3; \\ x^2 - 5; & x > 3. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \arcsin \ln \frac{1}{2\sqrt{x}}; \quad б) y = \left(\frac{1-x}{x} \right)^x;$$

$$в) \sqrt{y} - x = \arccos \frac{y^2}{x}; \quad г) \begin{cases} x = t^3 + \cos t; \\ y = \sin 2t. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln \sin x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \operatorname{ctg}^2 x \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{2(x-1)^2}{x^2}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{e^x \sqrt{\arcsin e^x}}{1 + e^{2x}} dx; \quad б) \int \ln(5x^2 - 7) dx; \quad в) \int \frac{4x - 5}{\sqrt{x^2 - 3x + 5}} dx;$$

$$г) \int \frac{x^3 + x + 2}{(x-3)(x-4)} dx; \quad д) \int x \cos^2 2x^2 dx; \quad е) \int \frac{1 + \sin x}{\sin x(1 + \cos x)} dx.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{x+2}{x^2 + 2x + 2} dx; \quad б) \int \frac{dx}{\sqrt[2]{3(x-2)^2}}.$$

8. Найти длину дуги цепной линии $y = e^{\frac{x}{3}} + e^{-\frac{x}{2}}$ между прямыми $x = -2$ и $x = 0$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - y + z = 4; \\ 2x - 5y - 3z = -17; \\ x + y - z = 0. \end{cases}$$

Вариант 25.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{1 - \sqrt{1 + \operatorname{tg} x}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{1-2x}{2x}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} \frac{x}{2}}{\operatorname{arcsin} \frac{x}{3}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = e^{\frac{1}{x-4}}; \quad б) y = \begin{cases} x-2; & x \leq 3; \\ \frac{x}{x-2}; & x > 3. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \arccos \frac{1}{x} \cdot \sqrt{\ln x^6}; \quad б) y = (\sqrt{x})^{2x};$$

$$в) e^{\sqrt{xy}} = x \cdot \cos y; \quad з) \begin{cases} x = \arcsin t^2; \\ y = t^3. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^3}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{2}{1-x^2} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = 2x - 3 \cdot \sqrt[3]{x^2}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{2 + \cos^2 x}} dx; \quad б) \int x \cdot \ln^2 4x dx; \quad в) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{3-x^2}};$$

$$з) \int \frac{dx}{(x^2 + 9)^3}; \quad д) \int \sin^2 \frac{x}{3} \cos^2 \frac{x}{3} dx; \quad е) \int \frac{dx}{17 - 15 \cos x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x+1)}; \quad б) \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX

астроиды $\begin{cases} x = 5 \cos^3 t; \\ y = 5 \sin^3 t. \end{cases}$

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера $\begin{cases} x + 2y + 3z - 5 = 0; \\ 2x - y - z - 1 = 0; \\ x + 3y + 4z - 6 = 0. \end{cases}$

Вариант 26.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^3 - 4x^2 + 7}{4x^2 + 5x - 6}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x+2} \right)^{\frac{3x+1}{3}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{2}{1 + 5^{\frac{1}{x}}}; \quad б) y = \begin{cases} 5 - x; & x > 0; \\ 2^{x+1}; & x \leq 0. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = (x^2 + 2) \cdot \sin 3x; \quad б) y = (\operatorname{arctg} x)^{\sqrt{x}};$$

$$в) x^2 y + \sin \frac{y^2}{x} = 0; \quad г) \begin{cases} x = \cos t^2; & \frac{d^2 y}{dx^2} = ? \\ y = \sin t^2. \end{cases}$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(x-a)}{\ln(e^x - e^a)}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right); \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = x - 1 + e^{-x}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int e^{\operatorname{arctg} 3x} \frac{dx}{1 + 9x^2}; \quad б) \int (1 + 3x)e^{-3x} dx; \quad в) \int \frac{3x - 4}{\sqrt{2 - 2x - x^2}} dx;$$

$$г) \int \frac{x dx}{x^3 - 1}; \quad д) \int x \sin^2 2x^2 dx; \quad е) \int \frac{dx}{25 \cos^2 x + 36 \sin^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx; \quad б) \int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}.$$

8. Найти длину дуги кривой $y = \ln x$ между прямыми $x = \sqrt{3}$ и $x = \sqrt{8}$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} 2x - y + z = 2; \\ 3x + y + 2z = -2; \\ x - 2y + z = 1. \end{cases}$$

Вариант 27.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{10}{x}}{\frac{3}{\sin \frac{5}{2}x}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+3) - \ln x).$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; \quad б) y = \begin{cases} x^2; & x > 0; \\ \frac{1}{3^{3+x}}; & x \leq 0. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \frac{x^2}{\ln(2-5x)}; \quad б) y = (\ln 5x)^{\frac{1}{x}};$$

$$в) x^2 + y^2 - \arccos(x-y) = y; \quad г) \begin{cases} x = \operatorname{ctg} t; \\ y = \frac{1}{\cos 2t}. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2^x)^{\frac{1}{x}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = x^3 - 4x^2 - 3x + 18.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{dx}{x \sin^2(\ln x)}; \quad б) \int \operatorname{arccotg} \frac{x}{7} dx; \quad в) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+2} + \sqrt[6]{3x+2}};$$

$$г) \int \frac{x^2 - 3x + 2}{x(x^2 + 2x + 1)} dx; \quad д) \int \sin^4 2x dx; \quad е) \int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 3}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^3 + 1}; \quad б) \int_{-3}^3 \frac{x^2 dx}{\sqrt{9 - x^2}}.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX

окружности $\begin{cases} x = b + a \cos t; \\ y = a \sin t. \end{cases}$

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера $\begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0; \\ x + 5y - 4z + 5 = 0; \\ 4x + y - 3z + 4 = 0. \end{cases}$

Вариант 28.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}{\sqrt{2x+1}}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin \frac{x}{2}}{(\operatorname{arctg} 3x)^3}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{2}{\sin x}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \frac{3^{\frac{1}{x}} - 1}{3^{\frac{1}{x}} + 1}; \quad б) y = \begin{cases} \sqrt{3} - x; & x > 0; \\ \frac{1}{3^{x+2}}; & x \leq 0. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \operatorname{ctg} \frac{x+2}{\sqrt{x^2-2x}}; \quad б) y = (\operatorname{tg}^2 x)^x;$$

$$в) \ln(x+y) = \arccos \frac{y^2}{x}; \quad г) \begin{cases} x = \sqrt{t-3}; \\ y = \operatorname{arctg} \sqrt{t}. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x^3 - 4x^2 + 3}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x); \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{3x^2}{x^2 + 1}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{e^x dx}{3 + 4e^x}; \quad б) \int 3 \ln^2 x dx; \quad в) \int \frac{\sqrt{x^2-2}}{x} dx;$$

$$г) \int \frac{5x^2 + 7x + 4}{(x+1)^2(x-1)} dx; \quad д) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx; \quad е) \int \frac{dx}{7 \cos^2 x + 2 \sin^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^3}; \quad б) \int_0^3 \frac{dx}{(x-3)^2}.$$

8. Найти длину дуги цепной линии $y = 2 \left(e^{\frac{x}{4}} + e^{-\frac{x}{4}} \right)$ между прямыми $x = -4$

и $x = 0$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1; \\ x - 2y + 4z = 3; \\ 3x - y + 5z = 2. \end{cases}$$

Вариант 29.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^2(3x-2)}{x^3+5x-4}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}; \quad в) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+1}{2x^2} \right)^{2x^2+1}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2}; \quad б) y = \begin{cases} 3-2x; & x > 0; \\ \frac{1}{3^{x+1}}; & x \leq 0. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \sin^3 4x \cdot \ln \frac{1}{x}; \quad б) y = (3x)^{\ln x};$$

$$в) \sin(y^2 + x) = \ln \frac{\sqrt{y}}{x}; \quad з) \begin{cases} x = t^2 - 1; & \frac{d^2 y}{dx^2} = ? \\ y = 4t - \sqrt{t}. \end{cases}$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталя:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \operatorname{ctg} \pi x); \quad в) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x)^{\cos x}.$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = \frac{x^2}{x^2 + 4}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \sqrt[3]{\sin^2 2x \cdot \cos 2x} dx; \quad б) \int x \operatorname{arctg} x dx; \quad в) \int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx;$$

$$з) \int \frac{x^4}{x^4+5x^2+4} dx; \quad д) \int \frac{\cos^4 3x}{\sin^2 3x} dx; \quad е) \int \frac{dx}{4\sin^2 x + 16\cos^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int \frac{dx}{2(x^2-1)^2}; \quad б) \int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2-3}}.$$

8. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX дуги параболы $y^2 = 2x$ между точками пересечения с прямой $2x = 3$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 4; \\ 2x + 3y - 4z = 1; \\ 3x + y - 2z = 5. \end{cases}$$

Вариант 30.

1. Вычислить пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\operatorname{arctg} 4x)^2}{x(\sqrt{1+\sin 3x} - 1)}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} x \sqrt{1 - \frac{x}{3}}.$$

2. Исследовать функции на непрерывность:

$$a) y = 4^{\frac{1}{x-1}}; \quad б) y = \begin{cases} 2+x; & x > 0; \\ 2^{\frac{1}{x+1}}; & x \leq 0. \end{cases}$$

3. Найти производные функций:

$$a) y = \cos \sqrt{x^4 + \frac{1}{x}} - \sin 3x; \quad б) y = (x+3)^{\sqrt[3]{x}};$$

$$в) \frac{y}{\cos xy} = x; \quad г) \begin{cases} x = \frac{1}{t}; \\ y = \ln t. \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$$

4. Найти пределы с помощью правила Лопиталья:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \cdot \ln x); \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right).$$

5. Провести полное исследование и построить график функции

$$y = x + \frac{1}{x-2}.$$

6. Найти интегралы:

$$a) \int \frac{dx}{\sin^2 x (5 + 9 \operatorname{ctg}^2 x)}; \quad б) \int (2 - 6x) \sin 6x dx; \quad в) \int \frac{dx}{\sqrt{2x-3} + 4\sqrt[4]{2x-3}};$$

$$г) \int \frac{x^4}{(x+2)(x^2-1)} dx; \quad д) \int \frac{\sin^4 2x}{\cos^2 2x} dx; \quad е) \int \frac{9 dx}{\sin^2 x + 4 \cos^2 x}.$$

7. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$a) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 13}; \quad б) \int_0^3 \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

8. Найти длину дуги кардиоиды $\rho = a(1 + \cos \varphi)$.

9. Решить систему уравнений матричным способом и проверить, решив ее

по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - y + z - 2 = 0; \\ 3x + 2y + 2z + 2 = 0; \\ x - 2y + z - 1 = 0. \end{cases}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления (любое издание).
2. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. - М.: Наука, 1969.
3. Данко П.Е. Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2ч. - М.: Высш. шк., 1986.
4. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: В 3ч. /под редакцией Рябушко А.П./ - Мн.: Вышэйшая шк., 1991.(1, 2 части).

Рябенкова Людмила Александровна

Сборник типовых расчётов по дисциплине «Высшая математика» для студентов специальности «Почтовая связь».

Редактор Вердыш Н.В.

Подписано к печати 30.03.2000г.

Формат 60S84/16

Усл.Печ.Л. 1,9 Уч.-изд.л. 1,6

Тираж 30 экз. Заказ 56.

Высший колледж связи

220114, г. Минск, ул. Ф.Скорины 8, к.2